PdF, laboratori 2020
[questa è una trattazione molto semplificata in cui non si considera l'elaborazione statistica, come andrebbe fatto o l'elaborazione grafica]

Massa della Terra

La massa della Terra viene calcolata, utilizzando la legge di Gravitazione universale di Newton,

dalla formula $M_T = \frac{g \cdot (R_T)^2}{G}$

Il raggio terrestre R_T e la costante di Gravitazione Universale vengono dati e si assumono senza incertezza, perché la loro incertezza relativa è molto minore di quella di g che deriva dalle vostre misure, e quindi saranno trascurabili.

- L'incertezza relativa sulla massa della terra sarà: $\frac{\Delta M_T}{M_T} = \frac{\Delta g}{g}$ da cui si ha: $\Delta M_T = M_T \frac{\Delta g}{g}$

Quindi per avere l'incertezza sulla Massa (ΔM_T) va calcolata l'incertezza su g (Δg)

Come valutare l'incertezza Δg da attribuire al valore di g?
Il valore di g è calcolato dal grafico tramite misure di Lunghezza L e dal periodo di una oscillazione T.
Si presume che i punti nel grafico siano abbastanza allineati su di una retta, se non lo fossero l'incertezza finale andrà moltiplicata per 2 (è una assunzione a priori fatta conoscendo più o meno come viene fatto l'esperimento).

Incertezze delle misure dirette di lunghezza e periodo: L , T

- Lunghezza L del pendolo: (sono **due** misure, L è la differenza fra il punto iniziale e il punto finale), quindi l'incertezza letta con il righello va moltiplicata per due: ΔL=2 Δ(righello)≅ 2 · 2,5 mm = 5 mm = 0,5 cm (tenendo conto che la misura non è molto precisa).
- Cronometro a mano: il ΔT dello strumento (cronometro del cellulare) sarebbe 0,01 s, ma è chiaro che l'incertezza sarà data dai vostri riflessi, quindi fate almeno 3-5 misure e regolatevi di conseguenza.
  Se le misure sono abbastanza riproducibili potete assumere un'incertezza di 0,5 s per il periodo di 10 oscillazioni, che diventa 10 volte più piccolo per una sola oscillazione.
  Quindi ΔT_1 = 0,05 s

  La relazione che lega il valore di g ai valori di L e di T è:

$$g = \frac{(2\pi)^2}{T^2} \cdot L$$

  Quindi l'incertezza su g sarà:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta(T^2)}{T^2} + \frac{\Delta L}{L} = \frac{2T\Delta T}{T^2} + \frac{\Delta L}{L} = \frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta L}{L}$$

Attenzione. In questa formula si assume che il valore di π sia noto senza incertezze. In realtà dipende da quante cifre scrivete dopo la virgola: se scriveste π = 3,14 assumereste automaticamente che l'incertezza su π è 0,01, ma questo valore è paragonabile alle incertezze relative delle vostre misure. Quindi, per poter trascurare l'incertezza su π dovete scriverlo con almeno 4 cifre dopo la virgola. Quindi utilizzate π = 3.1416

Esempio di calcolo (numeri plausibili ma inventati):

Dalle misure : L = 1,40 m ΔL = 0,05 m ; T= 2,34 s ΔT = 0,05 s

Quindi:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta L}{L} = \frac{2 \cdot 0{,}05}{2{,}34} + \frac{0{,}05}{1{,}40} = 0{,}0427 + 0{,}0357 = 0{,}0784 \cong 0{,}078$$

Da cui si ha che l'incertezza sulla massa sarà, supponendo che il calcolo della Massa M_T abbia fornito il valore $M_T = 5{,}86 \cdot 10^{24}$ kg:

$$\Delta M_T = M_T \frac{\Delta g}{g} = 5{,}86 \cdot 10^{24} \cdot 0{,}078 = 0{,}46 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

Per cui il valore finale della massa si scriverebbe così, avendo approssimato i valori ad una cifra dopo la virgola, quindi con l'incertezza di qualche %:

$$M_T \pm \Delta M_T = 5{,}9 \pm 0{,}5 \cdot 10^{24}\ \ \mathrm{kg}$$